

Revista Cubana de Ciencias Forestales

Volumen 13, número 2; 2025, mayo-agosto



Modelación de estructuras diamétricas con la función Log-Logistic en bosques naturales de Durango, México

*Modeling of diameter structures with the Log-Logistic function in the natural forest of
Durango, México*

*Modelação de estruturas de diâmetro com a função Log-Logística na floresta natural de
Durango, México*

Omar Martínez-Ruíz¹ , Sacramento Corral-Rivas^{1*} , Juan Abel Nájera-Luna¹ ,
Friday Nwabueze Ogana² , José Javier Corral-Rivas³ 

¹Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de El Salto. Mesa del Tecnológico SN, Forestal, CP. 34942, El Salto, Pueblo Nuevo, Durango. México.

²Department of Forest Resources and Environmental Conservation, Virginia Polytechnic Institute and State University. 310 W Campus Drive, Blacksburg, Virginia, EE. UU

³Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales de la Universidad Juárez del Estado de Durango. Río Papaloapan, Valle del Sur, CP. 34120, Victoria de Durango, Durango, México.

*Autor de correspondencia: sacra.corral@gmail.com

Recibido:16/01/2024.

Aprobado: 24/04/2025

Publicado:26/04/2025



RESUMEN

Los modelos de distribuciones diamétricas son herramientas útiles para predecir el crecimiento y rendimiento de masas forestales y planear actividades de manejo forestal sustentable. El objetivo de este trabajo fue analizar la capacidad de ajuste de la función de densidad de probabilidad Log-Logistic a través de un estimador de parámetros basado en percentiles y evaluar la precisión de dos alternativas de modelización de las distribuciones diamétricas de rodales naturales del noroeste del estado de Durango, México. Se evaluaron seis estimadores de percentiles y se compararon con el método de máxima verosimilitud a partir del desempeño de los estadísticos Kolmogorov-Smirnov (KS), Anderson-Darling (AD) y Cramér-Von Mises (W^2). Para la modelización de la distribución diamétrica se evaluó el comportamiento gráfico y numérico de los métodos de predicción (PPM) y recuperación de parámetros (PRM) con el sesgo medio (SM) y error medio absoluto (EMA). El mejor estimador de parámetros resultó del diámetro que acumula los percentiles 25 y 79%, considerando el porcentaje de rodales donde fue más preciso en términos de KS, AD y W^2 , así como su rendimiento respecto a máxima verosimilitud. La modelización del número de árboles por clase de diámetro con los enfoques PRM y PPM resultó tener similar precisión a partir de la medición del diámetro medio cuadrático, área basal por hectárea, altura y diámetro dominante. Este trabajo contribuye significativamente proporcionando una herramienta de fácil aplicación en los modelos de crecimiento desarrollados para los bosques naturales de la Sierra Madre Occidental en México.

Palabras clave: bosques mixtos, distribución diamétrica, función Log-Logistic, percentiles, predicción y recuperación de parámetros.

ABSTRACT

Diameteric distribution models are useful tools for predicting growth and yield of forest stands and planning sustainable forest management activities. The objective of this work was to analyze the fitting capacity of the Log-Logistic probability density function through a parameter estimator based on percentiles and to evaluate the precision of two modeling alternatives of diameter distributions of natural stands in the northwestern of



Durango state. Six percentile estimators were evaluated and compared with the maximum likelihood approach based on the performance of the Kolmogorov-Smirnov (KS), Anderson-Darling (AD) and Cramér-Von Mises (W^2) statistics. For the modeling of the diametric distribution, the graphical and numerical behavior of the prediction (PPM) and parameter recovery (PRM) methods was evaluated with the mean bias (SM) and mean absolute error (EMA). The best parameter estimator resulted from the diameter that accumulates the 25th and 79th percentiles, considering the percentage of stands where it was more accurate in terms of the KS, AD and W^2 , as well as its performance with respect to maximum likelihood approach. The modeling of the number of trees per diameter class with the PRM and PPM approaches proved to have similar accuracy from the measurement of quadratic mean diameter, basal area per hectare, height and dominant diameter. This work contributes significantly to providing a tool for easy application in growth models developed for natural forests of the Sierra Madre Occidental in Mexico.

Keywords: mixed forests; diameter distribution; percentile estimator; probability density function; parameter prediction and recovery

RESUMO

Os modelos de distribuição de diâmetros são ferramentas úteis para prever o crescimento e rendimento da massa florestal e planejar atividades de gestão florestal sustentável. O objetivo deste trabalho foi analisar a capacidade de ajuste da função densidade de probabilidade Log-Logística através de um estimador de parâmetros baseado em percentis e avaliar a precisão de duas alternativas de modelagem das distribuições diamétricas de povoamentos naturais no noroeste do estado de Durango, México. Seis estimadores de percentis foram avaliados e comparados com o método de máxima verossimilhança com base no desempenho dos estatísticos de Kolmogorov-Smirnov (KS), Anderson-Darling (AD) e Cramér-Von Mises (W^2). Para a modelagem da distribuição diamétrica, avaliou-se o comportamento gráfico e numérico dos métodos de predição (PPM) e recuperação de parâmetros (PRM) com o viés médio (SM) e o erro absoluto médio (EMA). O melhor estimador de parâmetros resultou do diâmetro que acumula os percentis 25 e 79, considerando a percentagem de povoamentos onde foi



mais preciso em termos de KS, AD e W2, bem como o seu desempenho em relação à probabilidade máxima. A modelagem do número de árvores por classe de diâmetro com as abordagens PRM e PPM acabou por ter precisão semelhante a partir da medição do diâmetro quadrado médio, área basal por hectare, altura e diâmetro dominante. Este trabalho contribui significativamente ao fornecer uma ferramenta fácil de aplicar nos modelos de crescimento desenvolvidos para as florestas naturais da Sierra Madre Occidental no México.

Palavras-chave: florestas mistas, distribuição diamétrica, função Log-Logística, percentis, predição e recuperação de parâmetros.

INTRODUCCIÓN

México se encuentra entre los diez países con mayor superficie de bosques naturales y registra todos los tipos de vegetación conocidos (Comisión Nacional Forestal [CONAFOR], 2013) que obliga a realizar un manejo forestal sustentable que asegure la persistencia de funciones ecológicas, tales como: la fijación de carbono (que permite mitigar el efecto de invernadero), la regulación del microclima y la protección de cuencas hidrológicas. Por otra parte, la producción forestal maderable del país es del orden de 8.3 millones de metros cúbicos rollo (m^3r) por año (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales [SEMARNAT], 2018) destacando los estados de Durango y Chihuahua que contribuyen con el 50% de la producción nacional forestal. Una característica importante de los bosques mexicanos es que más del 90% de la superficie pertenece al sector social, es decir a ejidos y comunidades de pueblos originarios, los que hace del manejo forestal comunitario una perspectiva particularmente interesante en términos de conservación y producción.

Así que, para asegurar la persistencia de este recurso, es necesario generar herramientas fáciles de implementar a través de modelos matemáticos de crecimiento y rendimiento que incluyan variables de estado (rodal), tales como: número de árboles, área basal, altura y diámetro dominante y la distribución de frecuencias por clase de diámetro y unidad de superficie. El conocimiento del número de árboles por clase diamétrica del rodal junto con otras variables a nivel de árbol individual (i.e. volumen, biomasa)



constituyen una herramienta importante para la toma de decisiones en el manejo forestal comunitario (Nanos y Sjöstedt de Luna, 2017), y es uno de los parámetros principales para caracterizar cuantitativamente el rodal (Quiñones-Barraza *et al.*, 2015). En ese sentido, para describir el número de árboles por unidad de superficie y clases de diámetro se requiere del uso de funciones de densidad de probabilidad (FDP) adecuadas con métodos de estimación de parámetros apropiados, tales como: Beta, Gamma, SB de Johnson, Weibull y más recientemente las funciones Burr XII y Log-Logistic. Estas últimas se han utilizado exitosamente con métodos para estimar sus parámetros derivados de momentos, percentiles y máxima verosimilitud haciendo poco énfasis en la búsqueda de procedimientos de estimación de parámetros más simplificados (Gorgoso-Varela, Ogana, y Ige, 2020; Ogana, 2020) sin perder precisión en las estimaciones.

El propósito de describir el número de árboles por clase de diámetro y unidad de superficie es estimar con precisión los parámetros de la FDP que caracteriza la distribución diamétrica tanto de las masas coetáneas como aquellas con estructuras irregulares y con diferente mezcla de especies. Esto se logra a través de relacionar los parámetros de la FDP con variables del rodal cuyo valor futuro se pueda obtener directamente de una tabla de producción, de un modelo de crecimiento o a partir de otra variable conocida, esta etapa es conocida como modelización de la distribución diamétrica (Corral-Rivas *et al.*, 2015). De esta manera, empleando modelos de rodal que permitan estimar dichas variables para un instante futuro, se podrá reconstruir una distribución diamétrica. Existen dos metodologías diferentes para hacerlo: el método directo de predicción de parámetros (PPM) y el método indirecto de recuperación de parámetros (PRM). Aunque la investigación sobre el uso de FDP en el campo forestal se ha extendido por varias décadas, existen, sin embargo, algunas distribuciones estadísticas simplificadas y fáciles de usar en el manejo forestal comunitarios, tal es el caso de la FDP Log-Logistic (LL), la cual no se ha estudiado suficientemente en bosques naturales (Ogana y Dau, 2019); Ogana, 2020). La FDP LL de dos parámetros es una distribución de probabilidad continua caracterizada por un parámetro de forma (α) y un parámetro de escala (β), que representa una ventaja importante por su simplicidad y parsimonia sin hacer uso de procedimientos iterativos complejos en la estimación de los parámetros (Ogana, 2020). El hallazgo de una alternativa para estimar



los parámetros de la FDP LL, se ha convertido en un tema de investigación para desarrollar un estimador de parámetros simplificado y preciso con el objetivo de reconstruir las estructuras diamétricas de todas las formas posibles que pueden encontrarse en las masas naturales como una herramienta fácil de usar en el manejo forestal comunitario.

Así, el objetivo de este estudio fue analizar la capacidad de ajuste de la FDP LL a través de la búsqueda de un estimador de parámetros basado en percentiles y evaluar la precisión de dos alternativas de modelización de distribuciones diamétricas de los bosques naturales del noroeste del estado de Durango, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El área de estudio incluyó rodales naturales (compuestos de múltiples especies con estructura de edad coetánea e incoetánea) de los bosques de la Comunidad Piélagos, ubicada en el municipio de Otáez, al noroeste del estado de Durango, México. El área cubre una superficie de 17 468.29 ha y se localiza entre las coordenadas geográficas 105° 52' 22.36" W, 24° 45' 23.496" N. La altura sobre el nivel del mar promedio es de 2 521 m. El clima predominante es templado, semifrío, con verano fresco largo, subhúmedo con lluvias de verano mayores al 10.2% anual (García, 2014). La precipitación es escasa, aunque con intensidad en ciertas épocas del año, con una precipitación y temperatura media anual de 969.7 mm y 11.6 °C, respectivamente (García, 2014). Los principales grupos de vegetación son: bosque de pino, bosque de pino-encino, vegetación secundaria arbustiva asociada al bosque de pino y pastizal inducido (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2017) (Figura 1).



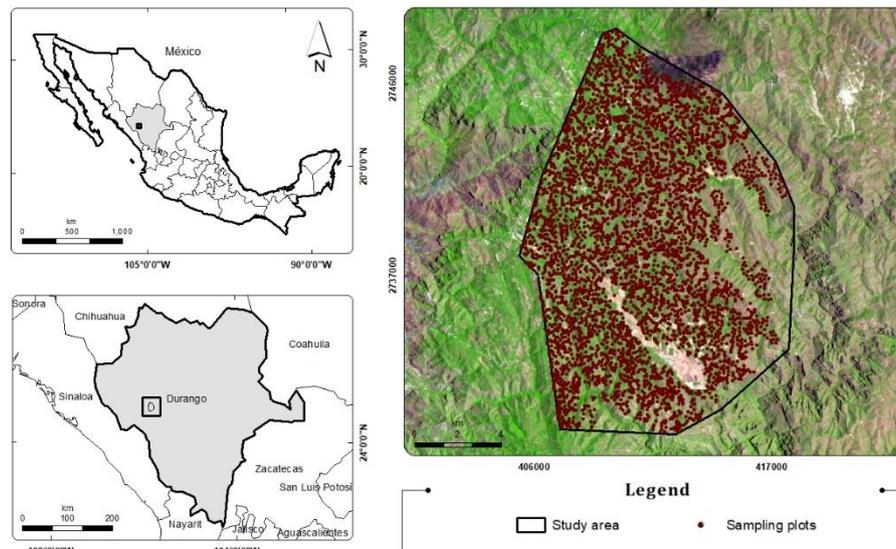


Figura 1. - Ubicación del área de estudio

Datos

La base de datos provino de 4 433 sitios temporales de muestreo distribuidos en 748 unidades de manejo o estratos (rodales), recopilados durante el año 2015 como parte del inventario de manejo forestal maderable de la Comunidad Piélagos. La delimitación de estos estratos está definida por características permanentes como el uso de suelo, pendiente, exposición y los cauces, lo que permite monitorear las variables dasométricas en los diferentes ciclos de corta a través del tiempo, con la probabilidad de cambio por el uso del suelo, el sistema silvícola aplicado o en otras variables (Meléndez-Soto, 2017). Se utilizó un diseño de muestreo al azar estratificado sin reemplazo, considerando las unidades de manejo como estratos y la forma de los sitios fue circular de 0,1 ha, donde se midieron todos los árboles con diámetro normal mayor a 7,5 cm.

Se identificaron las especies de coníferas siguientes: pino blanco (*Pinus arizonica* Engelm); p. ayacahuite (*P. strobiformis* K. Ehrenb. ex Schlecht); p. alazán (*P. durangensis* Martínez); p. real (*P. engelmannii* Carr); *P. herrerae* Martínez; p. chino (*P. leiophylla* Schlecht. y Cham); p. triste (*P. lumholtzii* Rob. Y Fern); p. ocote (*P. teocote* Schlecht. Y Cham.) y táscate (*Juniperus deppeana* Steud). En el caso de las latifoliadas se identificaron las especies siguientes: capulín (*Prunus serotina* Ehrh); aliso (*Alnus acuminata* Kunth); madroño (*Arbutus xalapensis* Kunth); encinos (*Quercus conzattii* W. Trelease); (*Q. crassifolia* Humb. & Bonpl); (*Q. durifolia* Seemen ex Loes); (*Q. eduardii* W. Trelease); (*Q.*



obtusata Bonpl); (*Q. rugosa* Née) y (*Q. sideroxylla* Humb. & Bonpl) (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2017).

Los valores de los estadísticos descriptivos de la base de datos y de las principales variables del rodal se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. - Resumen de la base de datos empleada en el ajuste y modelización de las distribuciones diamétricas (*sd* = desviación estándar)

Variable	Media ± (sd)	Rango
Árboles		
Diámetro normal (<i>d</i> , cm)	21.9 ± (2.9)	7.5 - 80.0
Altura total (<i>h</i> , m)	9.8 ± (1.6)	1.3 - 33.0
Coefficiente de asimetría del <i>d</i> (<i>sk</i> , cm)	1.0 ± (0.4)	-0.1 - 2.5
Coefficiente de curtosis del <i>d</i> (<i>kr</i> , cm)	3.7 ± (1.5)	1.6 - 13.5
Rodales		
Altura dominante (<i>H</i> ₀ , m)	14.1 ± (2.4)	8.8 - 26.4
Diámetro dominante (<i>D</i> ₀ , m)	33.6 ± (4.9)	23.2 - 50.6
Diámetro medio cuadrático (<i>D</i> _g)	24.0 ± (3.1)	17.0 - 38.4
Área basal por hectárea (<i>G</i> , m ²)	14.5 ± (4.8)	6.2 - 33.7
Número de árboles por hectárea (<i>N</i>)	316.7 ± (65.5)	156.0 - 596.7

Modelos

Función de distribución de probabilidad Log-Logistic

La FDP Log-Logistic es una distribución de probabilidad continua para una variable aleatoria no negativa (*x*). La función de densidad de probabilidad *f(x)* y la función de distribución acumulada *F(x)* son expresadas con las ecuaciones 1 y 2, respectivamente (Ogana, 2020).

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]^{-2} \quad [1]$$



$$F(x) = \left[1 + \left(\frac{\beta}{x} \right)^{\alpha} \right]^{-1} \quad [2]$$

Dónde: α y β = parámetros, forma y escala, respectivamente (α y $\beta > 0$), x = variable aleatoria (diámetro normal).

La expresión 2 tiene una forma cerrada para facilitar la estimación de la proporción del número de árboles que pertenecen a las diferentes clases de diámetro sin recurrir a la integración numérica (Ogana, 2020).

Estimación de parámetros con percentiles

La idea del estimador de parámetros basado en percentiles para la ecuación 2, surge del principio desarrollado por Clutter *et al.* (1983) para la FDP Weibull. Si se conocen dos percentiles de la muestra y, cada uno puede relacionarse con su distribución acumulada, las ecuaciones resultantes se resuelven iterativamente para obtener los valores de los parámetros de forma (α) y escala (β), respectivamente. Entonces, sea X_p el valor del percentil p en la muestra, de modo que el percentil X_p sea menor que el percentil 100%. Por lo tanto, el valor de los percentiles se resuelve con la ecuación 3 y 4.

$$P = \left[1 + \left(\frac{\beta}{X_p} \right)^{\alpha} \right]^{-1} \quad [3]$$

Derivado de la ecuación 3 el valor de X_p se resuelve con la ecuación 4.

$$X_p = \beta \left(\frac{1}{P} - 1 \right)^{-1/\alpha} \quad [4]$$

El mejor estimador de parámetros basado en los percentiles de la muestra se eligió a partir de las combinaciones siguientes: (M1) percentiles 25 y 79%; (M2) percentiles 17 y 97%; (M3) percentiles 24 y 93%; (M4) percentiles 40 y 80%; (M5) percentiles 30 y 70% y; (M6) percentiles 33 y 67%.



La ecuación 4 para las diferentes combinaciones de percentiles (M1 - M6) se resolvió con un algoritmo iterativo Newton-Raphson del paquete 'lmfor' (Mehtätalo, 2022) implementado en un código en R (R Core Team, (2021).

Estimación de los parámetros con máxima verosimilitud

Para evaluar la idoneidad del mejor estimador de parámetros a partir de percentiles de la distribución, se comparó con el método de máxima verosimilitud (MLE, *Maximum Likelihood Estimation* por sus siglas en inglés). De acuerdo con Ogana (2020) MLE implica tomar la derivada parcial de la función de verosimilitud logarítmica de la FDP Log-Logistic con respecto a los parámetros (α , β respectivamente) y establecer la expresión de igualdad a cero. La función resultante se resuelve mediante un algoritmo numérico para obtener los valores de los parámetros iterativamente. La función log-verosimilitud (θ) se expresa con la ecuación 5 (Ogana, 2020):

$$\log(\theta) = n \cdot \log(\alpha) - n \cdot \log(\beta) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log(x_i) - n \cdot (\beta - 1) \log(\beta) - 2 \sum_{i=1}^n \left[1 + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad [5]$$

La derivada parcial (∂) de la ecuación 5 con respecto α y β dará las ecuaciones 6 y 7, respectivamente:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \log(x_i) - n \cdot \log(\beta) - 2 \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^\alpha \log \left(\frac{x_i}{\beta} \right)}{1 + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^\alpha} = 0 \quad [6]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \beta} = -\frac{n}{\beta} - \frac{n(\alpha - 1)}{\beta} + \frac{2\alpha}{\beta} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^\alpha}{1 + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^\alpha} = 0 \quad [7]$$

Dado que no existen soluciones explícitas para las ecuaciones 6 y 7, las estimaciones se obtuvieron numéricamente utilizando la función "mledist" del paquete "fitdistrplus" (Delignette y Dutang, 2015) implementado en R (R Core Team, 2021).

Estadísticos para evaluar la bondad de ajuste

Se utilizaron tres pruebas de bondad de ajuste para evaluar la idoneidad del estimador de parámetros a partir de percentiles. Para cada método, se estimaron los estadísticos de



Kolmogorov-Smirnov (KS), Anderson-Darling (AD) y Cramer-Von Mises (W^2) ecuaciones 8, 9 y 10:

$$KS = \max |F_o(x_i) - F_e(x_i)|; 1 \leq i \leq n \quad [8]$$

$$AD = -n_i - \sum_{j=1}^{n_i} (2j-1) \left[\ln(F_e(x_j)) + \ln(1-F_o(x_{i-1})) \right] / n_i \quad [9]$$

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \left\{ F_e(x_i) - \frac{(i-0.5)}{n} \right\}^2 + \frac{1}{12n} \quad [10]$$

Dónde: $F_o(x_i)$ = distribución de frecuencia acumulada observada, $F_e(x_j)$ = probabilidad de la frecuencia acumulada teórica de la clase diamétrica (j), x_i = i -ésimo valor observado (valores ordenados previamente de menor a mayor), n_i = número de árboles ($i=1, \dots, n$), \max = máxima diferencia, \ln = logaritmo natural.

Cada método de ajuste tiene diferentes fortalezas y debilidades, lo que conduce a una diversidad de valores en los estadísticos de bondad de ajuste (pruebas), por tanto, para seleccionar el mejor estimador de parámetros se utilizó el índice de rango relativo (R_i) introducido por Poudel y Cao (2013) y recientemente utilizado por Sun *et al.* (2019) y Ogana (2020) ecuación 11:

$$R_i = \sum_k^3 \left[1 + \frac{(m-1)(S_{i,k} - S_{\min})}{S_{\max} - S_{\min}} \right] \quad [11]$$

Dónde: m = número total de métodos de ajuste evaluados ($m=7$), $S_{i,k}$ = valor del estadístico i con la prueba de bondad de ajuste k , S_{\min} y S_{\max} = valor mínimo y máximo de S_k respectivamente.

El valor R_i deberá ser un número real entre 1 (mejor) y 7 (peor) para cada método evaluado con las tres pruebas de bondad de ajuste, por tanto, el valor R_i resultó de la suma de R_i cada estimador incluido MLE. Finalmente, este valor fue calificado con un número real de 1 a 7, siendo 1 para aquel valor de R_i que resultó ser menor en cada rodal y 7 para el valor más alto.



La precisión de la capacidad de ajuste de la FDP LL con parámetros estimados a partir de percentiles y MLE se basó en gráficos de residuos y comparaciones numéricas de los estadísticos siguientes: (1) sesgo medio (SM) y, (2) error medio absoluto (EMA). Las expresiones son las siguientes ecuaciones 12 y 13:

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^n (F_o(x_i) - F_e(x_i))}{n} \quad [12]$$

$$EMA = \frac{\sum_{i=1}^n |F_o(x_i) - F_e(x_i)|}{n} \quad [13]$$

Dónde: $F_o(x_i), F_e(x_i)$ = la frecuencia observada (valor real) y teórica (estimada), respectivamente. n = Número de observaciones.

Modelación de la distribución diamétrica

Uno de los objetivos de este trabajo es obtener los parámetros de la FDP LL cuando no se cuenta con un inventario diamétrico, sino que únicamente se cuenta con variables del rodal. Siguiendo el enfoque de PPM, los parámetros estimados con el mejor estimador de percentiles se relacionaron con las principales variables del rodal mediante un modelo de regresión lineal múltiple que tiene la forma siguiente ecuación 14:

$$Y_i = f(X_i, \beta_i) + \varepsilon_i \quad [14]$$

Dónde: Y_i = vector de los parámetros y percentiles de la distribución, X_i = vector de las variables predictoras (variables del rodal), β_i = parámetros asociados a la variable X_i , ε_i = término de error.

Por otro lado, el enfoque de PRM consiste en recuperar los parámetros de la FDP LL estimados a partir del mejor estimador de percentiles, considerando que los valores de los percentiles de la distribución diamétrica son fáciles de modelar de manera dinámica dada su relación con variables del rodal (Hyink y Moser, 1983), en una primera etapa estos percentiles se relacionaron de manera lineal con variables del rodal a partir de la ecuación 14 y, posteriormente en una segunda etapa los parámetros fueron estimados a partir de las relaciones fundamentales que estiman los percentiles de la distribución.



Finalmente, el análisis de capacidad de ajuste de relaciones alométricas (parámetros y percentiles con las variables del rodal) se basó en gráficos de residuos y comparaciones numéricas de la raíz del error medio cuadrático (RMSE), valores del coeficiente de determinación (R^2), criterio de información de Akaike corregido (AIC_c) y el criterio de información bayesiano de Schwarz (BIC) que comparan las ecuaciones en términos de su parsimonia (simplicidad). La expresión de las estadísticas se representa en las siguientes ecuaciones 15, 16, 17 y 18.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}} \quad [15]$$

$$R^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad [16]$$

$$AIC_c = n \ln\left(\frac{SSR}{n}\right) + 2p \quad [17]$$

$$BIC = n \ln\left(\frac{SSR}{n}\right) + p \ln(n) \quad [18]$$

Donde: y_i = valores observados, \hat{y}_i = valores predichos, \bar{y} = promedio, n = número total de observaciones, p = número de parámetros de la ecuación, SSR = suma de los cuadrados de los residuos, \ln = logaritmo natural.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Ajuste de la FDP Log-Logistic

La evaluación de los métodos para estimar los parámetros de la FDP Log-Logistic usando el criterio del rango relativo con las tres pruebas de bondad de ajuste (KS, AD y W^2) resultó ser mejor el M1 con el 30.7% de los rodales evaluados. Este porcentaje fue muy similar al ajuste con MLE (32.8%) lo que indica su idoneidad para estimar los parámetros a partir de los percentiles 25 y 79% de la distribución diamétrica. En contraste, los porcentajes más bajos se presentaron en orden ascendente en el M2, M4, M3, M6 y M5 (1.9, 8.2, 8.2, 8.6 y 9.8%, respectivamente), debido a que registraron los valores del rango relativo más altos (Figura 2).



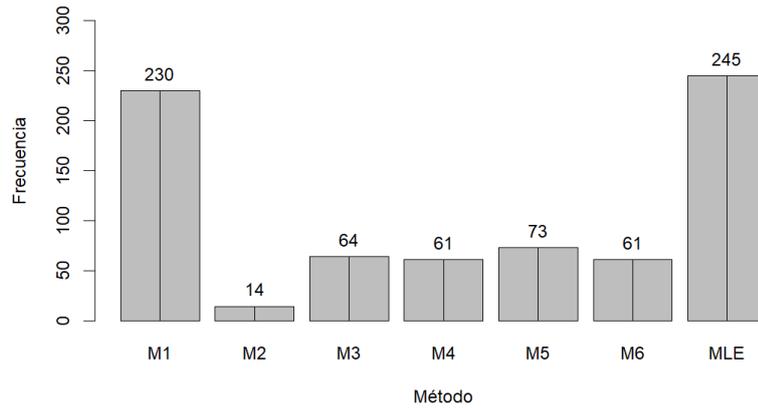


Figura 2. - Número de rodales con el valor del rango relativo más bajo para los diferentes métodos de estimación de parámetros de la FDP Log-Logistic

Los valores promedio de los parámetros y estadísticos de las pruebas de bondad de ajuste que resultaron tener el valor más bajo del rango relativo se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. - Estadísticos de ajuste para diferentes variables utilizadas como variables predictoras para modelar el diámetro máximo de copa de *Pinus cooperi*

Estimador		Estimador con percentiles						MLE
		M1	M2	M3	M4	M5	M6	
Parámetro	Alpha	3.43	4.23	3.77	3.43	3.44	3.46	4.02
	Beta	19.62	18.64	18.93	19.37	19.55	19.56	19.71
Prueba de bondad de ajuste	KS	0.14	0.18	0.15	0.15	0.14	0.15	0.12
	AD	4.49	8.27	5.41	6.09	5.25	5.94	3.38
	W ²	0.65	1.36	0.89	0.80	0.67	0.74	0.50

M1: percentiles 25 y 79%, M2: percentiles 17 y 97%, M3: percentiles 24 y 93%, M4: percentiles 40 y 80%, M5: percentiles 30 y 70%, M6: percentiles 33 y 67%, MLE: estimación por máxima verosimilitud, KS: Kolmogorov-Smirnov, AD: Anderson-Darling, W²: Cramer-Von Mises.

Al comparar los valores promedio de los parámetros (Tabla 2), en general todos los métodos de percentiles evaluados resultaron con valores muy similares respecto a los estimados con MLE. Por su parte, los valores promedio de los estadísticos de las pruebas de bondad de ajuste fueron más altos con los estimadores de percentiles respecto a MLE. En vista de que el M1 resultó ser el estimador de parámetros más eficiente (porcentaje más alto de rodales con menor valor del rango relativo), este fue utilizado



comparativamente con MLE en los análisis subsecuentes para evaluar su precisión en la estimación del número de árboles por clase de diámetro.

Además, con la finalidad de encontrar la existencia de algún tipo de patrón sistemático, se estudió el comportamiento de manera gráfica del error (sesgo) en la predicción del número de árboles por clase diamétrica del M1 frente a MLE (Figura 3).

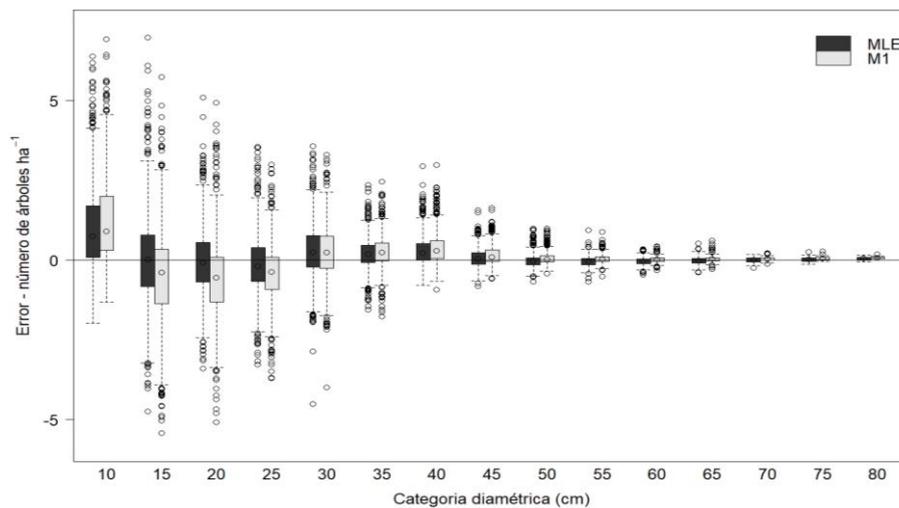


Figura 3. - Comportamiento del error en la predicción del número de árboles por clase diamétrica con la FDP Log-Logistic con parámetros estimados con el método de percentiles M1 (25 y 79%) y máxima verosimilitud (MLE)

A la vista de la Figura 3, el comportamiento de los errores medios por clase de diámetro se observa que ambos métodos de estimación de parámetros (MLE y M1) resultan ser muy eficientes (errores muy similares en torno a cero) a partir de la clase diamétrica de 10 cm, no así en clases menores, donde ambos métodos sobreestiman ligeramente el número de árboles con una mejora muy marginal en precisión con el MLE respecto a M1.

En general el desempeño del M1 de manera gráfica y numérica evaluado con SM y EMA resultó ser eficiente, por lo que se considera una opción atractiva para su uso en la modelización de las distribuciones diamétricas de masas mixtas del noroeste de Durango en cualquier intervalo de tiempo por su simplicidad, por tanto, el resto de los análisis se limitan a su aplicación.



Modelización de la distribución diamétrica

La recuperación de los parámetros (PRM) de la FDP Log-Logistic se basó en relacionar los percentiles X_{25} y X_{79} de la distribución diamétrica con variables del rodal y posteriormente estimar estos percentiles a partir de relaciones funcionales (funciones de regresión). El diámetro que corresponde al 25% de la distribución presentó mayor correlación (índice de correlación de Pearson significativo al 5%) con el diámetro medio cuadrático (D_g), seguido por el área basal por hectárea (G) y diámetro dominante (D_0). Por su parte, el diámetro que corresponde al 79% de la distribución resultó tener mayor relación (positiva) con el D_g , D_0 , G y altura dominante (H_0).

En cuanto a la predicción de los parámetros (PPM) de la FDP Log-Logistic, el parámetro α que describe la forma de la distribución presentó un índice de correlación de Pearson de -0.87 con la variable transformada $L_q = 1/\ln(X_{25}/D_g)$ y, baja correlación, pero significativa ($p > 0.05$) con la H_0 y D_0 . Por su parte, el parámetro β (escala) presentó una correlación significativa ($p > 0.05$) con el D_g , D_0 , y G .

Las ecuaciones resultantes de los dos enfoques de modelización e la distribución diamétrica son ecuaciones 19, 20, 21 y 22:

$$(RMSE = 1.38, R^2 = 0.76, AICc = 488.2 \text{ y } BIC = 511.2) [19]$$

$$X_{79} = -10.555 + 0.889 * D_g - 0.534 * G + 0.742 * D_0 + 0.121 * H_0 + \varepsilon_i [20]$$

$$(RMSE = 1.55, R^2 = 0.88, AICc = 661.5 \text{ y } BIC = 689.1)$$

$$\alpha = 2.852 - 1.019 * L_q - 0.031 * H_0 - 1.012 * D_0 + \varepsilon_i$$

$$(RMSE = 0.389, R^2 = 0.77, AICc = -1435 \text{ y } BIC = -1412) [21]$$

$$\beta = 5.868 + 1.354 * D_g - 0.736 * D_0 + 0.421 * G + \varepsilon_i$$

$$(RMSE = 0.563, R^2 = 0.96, AICc = -844 \text{ y } BIC = -821) [22]$$

Dónde: ε_i = término de error.



Resulta de interés confirmar que todos los parámetros de las ecuaciones 19, 20, 21 y 22 resultaron ser significativamente diferentes de cero con un nivel de significancia del 5% ($p < 0.05$).

En general, al comparar ambas metodologías de modelización de la distribución diamétrica (PPM y PRM) con los estadísticos usados para evaluar su precisión, resultaron tener valores muy similares. El valor del sesgo promedio ponderado por el número de árboles por clase de diámetro fue de 0.06, 0.22 y 0.07 para PPM, PRM y MLE, respectivamente. Por su parte, el valor del error medio absoluto fue de 0.95 para ambas metodologías de modelización (PPM y PRM) y 0.92 para MLE. A fin de llevar a cabo una inspección más detallada de ambos enfoques de modelización, se representó de manera gráfica el comportamiento del error por clase de diámetro (Figura 4).

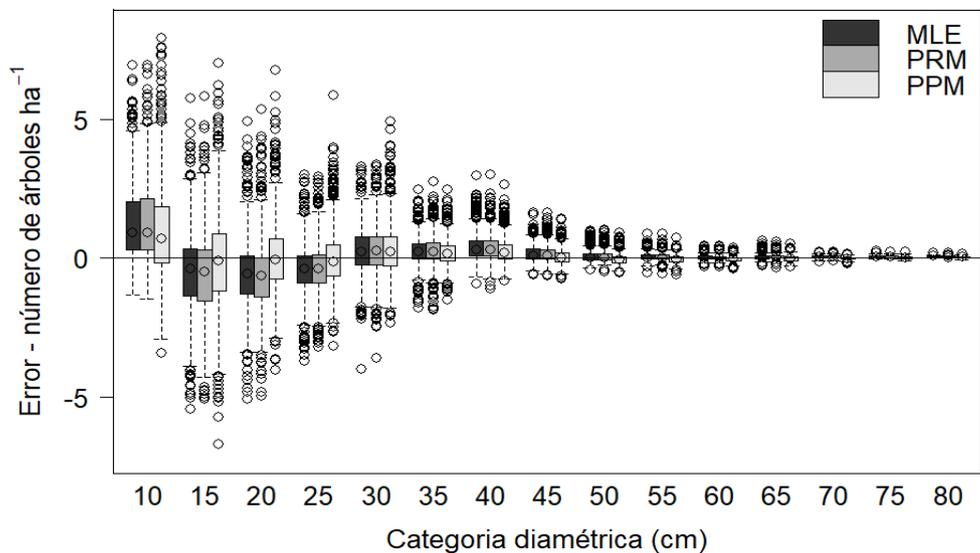


Figura 4. - Comportamiento del sesgo en la modelización de la distribución diamétrica con los enfoques de recuperación y predicción de parámetros (PRM y PPM) frente a la estimación de parámetros de la FDP Log-Logistic con MLE

En la Figura 4, la evolución de SM ambas metodologías resultan tener desviaciones muy similares a partir de la clase diamétrica de 30 cm, sin embargo, se observa claramente que para las clases inferiores a 25 cm las desviaciones más cercanas en torno a cero se logran con el método directo de predicción de parámetros (PPM). Resulta de interés mencionar que la mayoría de las masas estudiadas están representadas por estas clases de diámetro, por tanto, esta metodología de modelización resultó ser de manera



marginal más precisa respecto al método indirecto de recuperación de parámetros (PRM). Por su parte el comportamiento de "EMA" ambos enfoques de modelización resultaron tener desviaciones muy similares en todo el rango de clases de diámetro, además, se observa que los errores absolutos de ambas metodologías de modelización son muy similares a los obtenidos durante la estimación de parámetros con MLE que confirma su validez y precisión.

La estimación de los parámetros de la FDP Log-Logistic con el método de percentiles, representó sencillez y resultados atractivos de acuerdo con los estadísticos usados para evaluar la bondad de ajuste. De los seis métodos evaluados y comparados con MLE a través del rango relativo, quedó demostrado que, a partir de los percentiles 25 y 79% de la distribución diamétrica se pueden estimar con precisión los parámetros para describir las frecuencias diamétricas de las masas naturales estudiadas. Similares resultados fueron reportados por Ogana (2020) en dos bosques naturales y dos plantaciones de *Gmelina arborea* Roxb. y *Tectona grandis* Linn. f., en Nigeria, al ajustar esta distribución a partir de los percentiles 40 y 80% de la distribución diamétrica. Además, Wang y Rennolls (2005) demostraron que esta distribución fue eficiente respecto a las FDP Weibull, SB de Johnson, Beta y Burr VII mediante la estimación de parámetros por MLE en plantaciones de Abeto Chino.

Respecto a la precisión del estimador de percentiles (M1), esta solo fue ligeramente superada por MLE, cubriendo 63.5% de los rodales con ambos métodos de estimación de parámetros, lo que da validez al uso de la FDP Log-Logistic en este tipo de masas forestales. Pogoda *et al.*, (2019) demostraron la eficiencia del uso percentiles para estimar los parámetros de la FDP Weibull frente al método de momentos en 163 rodales de *Alnus glutinosa* (L.) Gaertn. Por el contrario, estudios como George y Ramachandran (2011); Quiñonez-Barraza *et al.* (2015); Corral-Rivas *et al.* (2015); Gorgoso-Varela *et al.* (2020) demuestran que el uso de percentiles para ajustar diferentes FDP no es eficiente. En este contexto, Wang *et al.* (2005), mencionan que las diferencias en el método de estimación de parámetros, en el uso de funciones de distribuciones de probabilidad, estadísticos para medir la bondad de ajuste y, en el conjunto de datos usados, contribuyen a diferentes conclusiones, por tanto, no hay razón por la que una sola FDP y método de estimación de sus parámetros sea el más adecuado para describir frecuencias diamétricas de una masa forestal en específico.



En este trabajo, la eficiencia del estimador de percentiles quedó demostrada de manera comparativa con MLE que requiere de procesos iterativos complejos a partir de tres estadísticos de bondad de ajuste. Al respecto, Ogana (2020) enfatiza que, a diferencia del método MLE y regresión por mínimos cuadrados ordinarios, el estimador de percentiles es más simplificado y práctico y no requiere de un procedimiento iterativo complejo. Corral-Rivas *et al.* (2015) establecen que la parsimonia de una FDP es una característica deseable de los modelos empíricos, es decir, cuanto más simple sea la estimación de los parámetros, mayor posibilidad tendrá en aplicaciones prácticas.

Respecto a la modelización de la distribución diamétrica en cualquier etapa de desarrollo de la masa, estudios previos que han analizado la precisión de los métodos de predicción (PPM) y recuperación de parámetros (PRM) difieren en resultados. Mientras unos destacan la capacidad predictiva del método indirecto de estimación PRM, otros destacan la precisión y parsimonia del método directo de predicción PPM. Jiang y Brooks (2009), quienes estudiaron ambos métodos en plantaciones de *Pinus palustris* Mill. demostraron que el método de estimación directo PPM es más preciso, coincidiendo en parte con los resultados encontrados en este estudio. Mientras que Cao (2004), probó seis métodos para predecir los parámetros de la FDP Weibull, entre ellos evaluó el método indirecto PRM, encontrando buenos resultados con este último. También Leduc *et al.* (2001), encontraron resultados similares a este estudio al comparar el método de predicción y recuperación de parámetros de FDP Weibull en plantaciones de pino al sur de Estados Unidos. Así mismo, Gorgoso-Varela *et al.* (2007) encontraron que el método indirecto de recuperación de parámetros es más preciso en la modelización de estructuras diamétricas de *Betula alba* L., en el noroeste de España, con la FDP Weibull de dos parámetros.

Respecto al PRM, las variables que más influencia tienen para estimar el diámetro acumulado a los percentiles 25 y 79% fueron el diámetro medio cuadrático, diámetro dominante y el área basal por hectárea. Por su parte, para predecir los parámetros de forma (α) y escala (β), las variables de rodal que más relación tienen son la altura y diámetro dominante, diámetro medio cuadrático y área basal por hectárea. Ogana, (2020) encontró estas mismas relaciones estudiando dos bosques naturales y dos plantaciones de *Gmelina arborea* Roxb. y *Tectona grandis* Linn. f., en Nigeria, concluyendo que ambos métodos de estimación de parámetros son eficientes y confiables para estimar



los parámetros de la FDP Log-Logistic. Sin embargo, Quiñonez-Barraza *et al.* (2015) recomienda PPM para caracterizar distribuciones diamétricas de masas mezcladas del género *Pinus* y *Quercus* en el noroeste de Durango, México, dado que los parámetros de la FDP Weibull se pueden predecir con variables de rodal de fácil medición (altura dominante, área basal, diámetro medio cuadrático). Al respecto, Torres-Rojo *et al.* (2000) presentaron una estrategia para mejorar la precisión en estimación de los parámetros con PPM usando la FDP Weibull en el centro de México.

En general, en este trabajo se puede considerar como la mejor opción para modelizar estructuras diamétricas el PPM dado que resultó ser de manera marginal más precisa en aquellas clases de diámetro donde son más frecuentes en las masas estudiadas (10 – 35 cm). Además, debido al hecho de que las variables que estiman los parámetros son fáciles de medir durante los inventarios de manejo convencionales.

CONCLUSIONES

La modelización de la distribución diamétrica de bosques naturales estudiados con los métodos de PPM y PRM de la FDP Log-Logistic demostraron ser eficientes en la estimación del número de árboles por clase de diámetro utilizando variables de rodal de fácil medición (Dg, G, H0 y D0). El mejor estimador de parámetros resultó de los percentiles 25 y 79%, considerando el rango relativo y su rendimiento respecto a la estimación de parámetros con método de máxima verosimilitud. Por tanto, se demuestra de manera marginal que PPM resultó ser más eficiente para reconstruir la distribución diamétrica del rodal en cualquier edad. Estos resultados contribuyen significativamente a proporcionar una herramienta de fácil aplicación en el manejo forestal comunitario de los bosques naturales del noroeste de Durango, México.

Finalmente, se recomienda hacer uso de otra FDP para describir y modelizar aquellas masas forestales que no fueron cubiertas con precisión con FDP Log-Logistic, considerando los estadísticos de bondad de ajuste analizados.



AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo agradecen a las autoridades ejidales de la Comunidad Piélagos, por facilitar la base de datos del inventario forestal maderable.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAO, Q.V., 2004. Predicting Parameters of a Weibull Function for Modeling Diameter Distribution. *ForestScience* [En línea]. Vol. 50, n.º 5, pp. 682–685 [Consulta: 21 de noviembre de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.1093/forestscience/50.5.682. Disponible en: <https://academic.oup.com/forestscience/article/50/5/682/4617271>
- CLUTTER, J.L., FORTSON, J.C., PIENAAR, L.V., BRISTER, G.H., y BAILEY, R.L., 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. New York, John Wiley & Sons. pp. 333. ISBN 0471029610.
- COMISIÓN NACIONAL FORESTAL (CONAFOR), 2013. Bosques, cambio climático y REDD+ en México. Guía básica (segunda edición) [En línea]. [Consulta: 21 de noviembre de 2024]. Disponible en: http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/35/4034Gu%C3%ADa%20B%C3%A1sica%20de%20Bosques,%20Cambio%20Clim%C3%A1tico%20y%20REDD_%20.pdf
- CORRAL-RIVAS, S., ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G., CORRAL-RIVAS, J.J., y LÓPEZ-SÁNCHEZ, C.A., 2015. Characterization of diameter structures of natural forests of northwest of Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* [En línea]. Vol. 21, n.º 2, pp. 221–236 [Consulta: 21 de noviembre de 2024]. ISSN 2007-4018. DOI: 10.5154/r.rchscfa.2014.10.046. Disponible en: https://revistas.chapingo.mx/forestale/last_issues/?section=articles&subsec=issues&numero=204&articulo=1993



- DELIGNETTE M, M.L., y DUTANG, C., 2015. Fitdistrplus: An R Package for Fitting Distributions. *Journal of Statistical Software* [En línea]. Vol. 64, n.º 4, pp. 1-34 [Consulta: 21 de noviembre de 2024]. ISSN 1548-7660. DOI: 10.18637/jss.v064.i04. Disponible en: <https://www.jstatsoft.org/article/view/v064i04>
- GARCÍA, E., 2014. *Modificaciones al sistema de clasificación climática Köppen*. Ciudad de México: IG, UNAM.
- GEORGE, F., y RAMACHANDRAN, K.M., 2011. Estimation of parameters of Johnson's system of distributions. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*[En línea]. Vol. 10, n.º 2, pp. 494-504 [Consulta: 21 de noviembre de 2024]. ISSN 1538-9472. DOI: 10.22237/jmasm/1320120480. Disponible en: <https://jmasm.com/index.php/jmasm/article/view/559>
- GORGOSO-VARELA, J.J., ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G., ROJO-ALBORECA, A., y GRANDAS-ARIAS, J.A., 2007. Modelling diameter distributions of *Betula alba* L. stands in northwest Spain with the two-parameter Weibull function. *Forest Systems*[En línea]. Vol. 16, n.º 2, pp. 113-123. [Consulta: 02 de septiembre de 2024]. ISSN 2340-3578. DOI: 10.5424/srf/2007162-01002. Disponible en: <https://fs.revistas.csic.es/index.php/fs/article/view/1002>
- GORGOSO-VARELA, J.J., OGANNA, F.N., y IGE, P.O., 2020. A comparison between derivative and numerical optimization methods used for diameter distribution estimation. *Scandinavian Journal of Forest Research* [En línea]. Vol. 35, n.º 3-4, pp 156-164. [Consulta: 21 de julio de 2024]. ISSN 1651-1891. DOI: 10.1080/02827581.2020.1760343. Disponible: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02827581.2020.1760343>
- HYINK, D.M., y MOSER, J.W., 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. *Forest Science* [En línea]. Vol. 29, n.º 1, pp. 85-95. [Consulta: 25 de julio de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.1093/forestscience/29.1.85 Disponible en: <https://academic.oup.com/forestscience/article-abstract/29/1/85/4656683?login=false>



INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA Y GEOGRAFÍA (INEGI), 2017. Guía para la interpretación de cartografía: Uso del Suelo y Vegetación. Escala 1:250,000. Serie VI. México [En línea]. [Consulta: 04 de septiembre de 2024]. Disponible en: http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825092030.pdf

JIANG, L., y BROOKS, J. R., 2009. Predicting diameter distributions for young longleaf pine plantations in Southwest Georgia. *Southern Journal of Applied Forestry* [En línea]. Vol 33, n.º 1, pp. 25-28. [Consulta: 29 de agosto de 2024]. ISSN 1938-3754. DOI: 10.1093/sjaf/33.1.25. Disponible: <https://colab.ws/articles/10.1093%2Fsjaf%2F33.1.25>

LEDUC, D.J., MATNEY, T.G., BELLI, K.L., y BALDWIN, V.C., 2001. Predicting diameter distributions of longleaf pine plantations: A comparison between artificial neural networks and other accepted methodologies. Asheville, NC: U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, Southern Research Station. pp. 18.

MEHTÄTALO, L., 2017. Lmfor: functions for Forest Biometrics. R package version 1.2 [En línea]. [Consulta: 29 de julio de 2024]. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/lmfor/lmfor.pdf>

MELÉNDEZ-SOTO, A., LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A., LÓPEZ-SERRANO, P. M., MONTIEL-ANTUNA, E., SOLÍS-MORENO, R., y CORRAL-RIVAS, J. J. 2017. Comparación de técnicas de rodalización en masas forestales de la Sierra Madre Occidental en el estado de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8 (41). México, ME. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i41.26>

NANOS, N., y SJÖSTEDT DE LUNA, S., 2017. Fitting diameter distribution models to data from forest inventories with concentric plot design. *Forest Systems* [En línea]. Vol. 26, n.º 2, pp. e015. [Consulta: 11 de septiembre de 2024]. ISSN 2171-9845. DOI: 10.5424/fs/2017262-10486. Disponible: <https://fs.revistas.csic.es/index.php/fs/article/view/10486>



- OGANA, F. N., y DAU, J. H. (2019). Deriving Tree Crown Distributions from Diameter at Breast Height. *Journal of Tropical Forestry and Environment* [En línea]. Vol. 9, n.º 1, pp. 80-88. [Consulta: 03 de septiembre de 2024]. ISSN 2235-9362. DOI: 10.31357/jtfe.v9i1.3954. Disponible en: <http://journals.sjp.ac.lk/index.php/JTFE/article/view/3954>
- OGANA, F.N., 2020. A percentile-based estimator for the Log-Logistic function: Application to forestry. *ForestryStudies* [En línea]. Vol. 72, n.º 1, pp. 107-120. [Consulta: 27 de agosto de 2024]. ISSN 1736-8723. DOI: 10.2478/fsmu-2020-0009. Disponible en: <https://sciendo.com/article/10.2478/fsmu-2020-0009>
- POGODA, P., OCHAL, W., y ORZEL, S., 2019. Modeling diameter distribution of black alder (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertn.) stands in Poland. *Forests* [En línea]. Vol. 10, n.º 5, pp. 412. [Consulta: 08 de agosto de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI: 10.3390/f10050412. Disponible en: <https://www.mdpi.com/1999-4907/10/5/412>
- POUDEL, K.P., y CAO, Q.V., 2013. Evaluation of methods to predict Weibull parameters for characterizing diameter distributions. *ForestScience*[En línea]. Vol. 59, n.º 2, pp. 243-252. [Consulta: 17 de septiembre de 2024]. ISSN 1938-3738. DOI: 10.5849/forsci.12-001. Disponible en: <https://academic.oup.com/forestscience/article/59/2/243/4583693>
- QUIÑONEZ-BARRAZA, G., DE LOS SANTOS-POSADAS, H.M., CRUZ-COBOS, F., VELÁZQUEZ-MARTÍNEZ, A., ÁNGELES-PÉREZ, G., y RAMÍREZ-VALVERDE, G., 2015. Modelación dinámica de distribuciones diamétricas en masas mezcladas de Pinus en Durango. México. *Madera y Bosques* [En línea]. Vol. 21, n.º 2, pp. 59-71. [Consulta: 22 de julio de 2024]. ISSN 1405-0471. DOI: 10.21829/myb.2015.212445. Disponible en: <https://myb.ojs.incol.mx/index.php/myb/article/view/445>
- R CORE TEAM. (2021). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponible en: <http://www.Rproject.org/>



SECRETARÍA DE MEDIO AMBIENTE Y RECURSOS NATURALES (SEMARNAT),
2018. Anuario Estadístico de la Producción Forestal. Dirección General de
Gestión Forestal y de Suelos. Estado de México [En línea]. [Consulta: 21 de agosto
de 2024]. Disponible en:
<https://www.gob.mx/semarnat/documentos/anuarios-estadisticos-forestales>

SUN, S., CAO, Q.V., y CAO, T., 2019. Characterizing diameter distributions for uneven-
aged pine-Oak mixed forests in the Qinling Mountains of China. *Forests* [En
línea]. Vol. 10, n.º 7, pp. 596. [Consulta: 17 de julio de 2024]. ISSN 1999-4907. DOI:
10.3390/f10070596. Disponible en: <https://www.mdpi.com/1999-4907/10/7/596>

TORRES-ROJO, J. M., MAGAÑA-TORRES, O. S., y ACOSTA-MIRELES, M. (2000).
Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones
diamétricas. *Agrociencia*[En línea]. Vol. 34, n.º 5, pp. 627-637. [Consulta: 04 de
septiembre de 2024]. ISSN: 1405-3195. Disponible en:
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30234512>

Wang, M., & Rennolls, K. (2005). Tree diameter distribution modelling: introducing the
Logit-Logistic distribution. *Canadian Journal of Forest Research* [En línea]. Vol. 35,
n.º 6, pp. 1305-1313. [Consulta: 15 de agosto de 2024]. ISSN 1208-6037. DOI:
10.1139/x05-057. Disponible en: <https://cdnsiencepub.com/doi/10.1139/x05-057>

Conflictos de intereses:

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Contribución de los autores:

Los autores han participado en la redacción del trabajo y análisis de los documentos.





Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial
4.0 Internacional.

