

**Tratamiento matemático para la selección del raleo en plantaciones de *Pinus caribaea* var. *caribaea* en Pinar del Río, Cuba**



**Mathematic treatment for thinning selection in *Pinus caribaea* var. *caribaea* plantations in Pinar del Río, Cuba**

**Revista Cubana de Ciencias Forestales  
Año 2013, Volumen 3, número 2**

**Bertha Rita Castillo Edua<sup>1</sup>, Héctor Barrero Medel<sup>1</sup>, Victor Ernesto Pérez León<sup>2</sup>, Rosa Haydeé Zárate Quiñones<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Máster en Ciencias Forestales. Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de Pinar del Río «Hermanos Saíz Montes de Oca». Calle Martí #270 final. Pinar del Río, Correo electrónico: daycris@af.upr.edu.cu

<sup>2</sup>Dr. en Ciencias. Departamento de Matemática, Universidad de Pinar del Río «Hermanos Saíz Montes de Oca». Calle Martí #270 final. Pinar del Río, Pinar del Río, Correo electrónico: vp\_leon@upr.edu.cu

<sup>3</sup>Dra. en Ciencias Universidad Nacional del Centro del Perú. El Tambo, Huancayo, Perú. teléf. 964151717 RPM #234256. Correo electrónico: rzarate97@hotmail.com

---

**RESUMEN**

La presente investigación se desarrolló con el objetivo de optimizar la actividad de silvicultura maximizando el rendimiento y la calidad de las plantaciones de *Pinus caribaea* var *caribaea* Barret y Golfari en la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, Pinar del Río. Para determinar los rodales que debían recibir tratamiento se formuló un modelo de programación lineal con dos restricciones: presupuesto asignado y disponibilidad de combustible. Para su solución se trabajó con el Proyecto de Ordenación Forestal que contiene la información sobre las áreas y los recursos económicos, además de la aplicación PLANIF (Planificación), que funciona como una interfaz automática entre la base de datos y el programa para resolver el modelo, los datos de las áreas, así como los planes de producción y parámetros a tener en cuenta. El modelo aplicado permitió obtener soluciones eficientes desde el punto de vista económico e identificar, de forma ordenada, el rodal que debe recibir tratamiento, el tipo de raleo y el orden en que se debe ejecutar, además de la cantidad de recursos necesarios para obtener los rendimientos deseados al final del turno.

**Palabras clave:** Pinus; raleo; modelo de programación lineal; raleo; optimización.

---

**ABSTRACT**

The present research was developed with the aim to optimize the forestry activity, maximizing the yield and quality of the *Pinus caribaea* var *caribaea* Barret and Golfari plantations at the Forestry unit of San Juan and Martinez, Pinar del Río. To

determine the stand that should receive the silvicultural treatment, was formulated a linear programming model with two constraints: the budget and fuel availability. Was used the Forest Ordination Project to achieve the problem solution. It contains the area information as well as the information about the economic resources. Additionally, the PLANINF software, serving as an automatic interface among the database, the software used to solve the problem, the production plans and the model parameters. The model allows to obtaining efficient solutions from the economic point of view and to identifying orderly which stand must receive the thinning, the type and the order in which it should be made. Also, the amount of resources needed to obtain the desired performance at the shift end is shown.

**Keywords:** Pinus; linear programming model; thinning; optimization.

---

## INTRODUCCIÓN

Los estudios de crecimiento y rendimiento en plantaciones con fines de producción maderera, sustentados sobre la base de la experiencia acumulada y el desarrollo de tecnologías de procesamiento de información, constituyen una premisa de la planificación forestal, no puede aspirarse a un uso eficiente de los recursos forestales sin conocer el potencial productivo del bosque.

Los raleos son tratamientos que se ejecutan a la masa forestal para garantizar una plantación de mejor desarrollo productivo y entregar materia prima de óptima calidad a las industrias forestales (Castillo, 2014).

*El Pinus caribaea var caribaea Barret y Golfaries* una de las especies forestales de gran importancia en Cuba debido a los usos que se hacen de su madera, siendo una de las priorizadas en los planes de reforestación (Barrero, 2010).

El crecimiento y la producción de una masa forestal coetánea son variables predecibles a través de modelos matemáticos entre los que se encuentran los propuestos por Sanquetta (2001), Prodan *et al.*, (1997), Crechi *et al.*, (1999, 2000), García (2004), Barrero (2010), Chikumbo(2011), Bravo (2011, 2012).

La Programación Lineal es una de las disciplinas comprendidas dentro de la Programación Matemática y actualmente constituye una de las técnicas más aplicadas a los problemas de toma de decisión (León, 2014). Los modelos de simulación de bosques o crecimiento son muy útiles para los gestores e investigadores forestales en muchos sentidos (Blanco, 2008).

El uso de modelos de optimización en este ámbito ha sido ampliamente estudiado en las últimas décadas, destacando principalmente, los modelos lineales y monocriterio (Rönnqvist, 2003).

Los modelos suelen utilizarse para conseguir predicciones de la producción de madera, contribuyen a predecir los efectos que va a tener a largo plazo una intervención silvícola, en lo referente a la producción de madera y a las características que tendrá el propio bosque. Para los investigadores forestales, los modelos prestan su máxima utilidad al servir de herramientas para investigar acerca de la dinámica forestal (Abellanas *et al.*, 2009).

En la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, la falta de manejo en plantaciones de *Pinus caribaea* var *caribaea* Barret y Golfar contribuye a la reducción de los incrementos volumétricos posibles a obtener en un período determinado, existiendo

una excesiva proporción de árboles delgados y de calidad deficiente obteniéndose bajos rendimientos en los surtidos planificados según los objetivos de los bosques.

El objetivo del presente trabajo fue elaborar un modelo matemático que contribuya a incrementar los rendimientos de las plantaciones de *Pinus caribaea* de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez teniendo en consideración las restricciones económicas en las plantaciones.

## MATERIAL Y MÉTODO

La Unidad Silvícola San Juan y Martínez ocupa el 44,8% del área total de la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, cuenta con una superficie del patrimonio forestal de 17 903.1 ha; de ellas 10 908.5 ha cubiertas de bosques, de las que 4 046.0 ha son de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari (Servicio Estatal Forestal Pinar del Río, 2006). Los suelos presentan un pH ácido que oscila de 5,6 a 6,6 pobres en bases intercambiables, pertenecientes a suelos de pizarras.

Para la selección de la muestra se identificaron según la norma ramal 595, y con la ayuda del SINFOMAP de la EFI Pinar del Río, rodales con densidades superiores a 0,7 con diferentes edades y calidades de sitios para un total de 100 rodales perteneciente a 5 lotes, a razón de 20 rodales por lote.

La determinación de los surtidos de los árboles raleados se estimó a partir de la tabla de volumen elaborada por Gra *et al.*, (1990) y los modelos de perfil del fuste de diámetro con corteza dcc de Barrero (2010).

Se seleccionó la Programación Lineal con números enteros y se construyó el modelo siguiendo los pasos generales: definición de las variables de decisión, construcción del sistema de restricciones, construcción de la función objetivo.

Para la solución del Modelo Matemático se empleó el software WinQSB, se creó una base de datos normalizada e implementada mediante el sistema de gestión de base de datos Microsoft Access 2007 para mantener la información sobre las áreas y los recursos económicos. Para transferir los flujos de información fue diseñada la aplicación PLANIF utilizando como plataforma de trabajo el lenguaje de propósito general Microsoft Visual Basic en su versión 6.

El objetivo del modelo es determinar qué rodales ralear de acuerdo al presupuesto y combustible asignado a la Unidad Silvícola, las variables de decisión quedarían definidas como:

$X_{ij}$ : Decisión de aplicar el raleo al  $i$ -ésimo rodal del  $j$ -ésimo lote, con  $i = 1, 2, 3, \dots, 20$  y  $j = 1, 2, \dots, 5$ .

$0 \leq X_{ij} \leq 1$ , entera, de modo que:  $\begin{cases} 0 & \text{si la decisión es No} \\ 1 & \text{si la decisión es Sí} \end{cases}$

Este es el caso de un Problema de Programación en Enteros, donde las variables de decisión pueden tomar solo valores enteros [0,1].

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Construcción del sistema de restricciones

En el modelo se tuvieron en cuenta dos restricciones fundamentales, el presupuesto asignado para realizar los tres tipos de tratamiento y el gasto de combustible. Las restricciones constituyen el límite físico dentro del cual se desenvuelve la actividad, los límites, en nuestro caso, se refieren al presupuesto asignado, disponibilidad de recursos y equipos.

También existen límites en cuanto a disponibilidad de equipos, de fuerza de trabajo entre otras, pero las dos mencionadas son las determinantes en la posibilidad de ejecutar los tratamientos y en los resultados que se obtienen para garantizar el desarrollo adecuado del bosque, expresado fundamentalmente en los crecimientos medios anuales. El resto no constituyen restricciones salvo en situaciones excepcionales.

La restricción de consumo de combustible se construyó multiplicando un coeficiente por cada variable de decisión y sumando los productos. Cuando la variable se hace unitaria éste producto expresa el gasto de combustible en que será necesario incurrir para tratar el rodal. El coeficiente representa en realidad el gasto y la sumatoria siempre tiene que ser menor o igual a la disponibilidad real de combustible. Si el rodal no produce madera en bolo, (raleo I y II) o produce muy poca, el gasto por concepto de transportación será nulo o ínfimo.

#### Restricción de consumo de combustible

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 2 * \frac{R_{i,j}}{c} * d_{i,j} * I * X_{i,j} \leq D$$

Donde:

$R_{i,j}$  = Volúmenes de existencia de madera en bolo del rodal ( $m^3$ )

$D_{i,j}$  = Distancia entre el rodal y el aserradero (km)

$c$  = Capacidad de carga promedio de un camión ( $m^3$ )

$I$  = Consumo promedio de combustible de un camión (l/km)

$D$  = disponibilidad de combustible (l)

#### Restricción de gasto del presupuesto asignado

La restricción sobre el gasto del presupuesto asignado se construyó multiplicando los volúmenes de existencia de madera por cada variable de decisión.

$$\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 (r * R_{i,j} + s * S_{i,j} + t * T_{i,j}) X_{i,j} \leq P$$

Dónde:

$R_{i,j}$  = Volúmenes estimados de madera en bolo a extraer ( $m^3$ ).

$S_{i,j}$  = Volúmenes estimados de madera rolliza a extraer ( $m^3$ ).

$T_{i,j}$  = Volúmenes estimados de leña a extraer ( $m^3$ ).

$r$  = Costo promedio de extracción de la madera en bolo ( $\$/m^3$ ).

$s$  = Costo promedio de extracción de la madera rolliza ( $\$/m^3$ ).

$t$  = Costo promedio de extracción de leña ( $\$/m^3$ ).

$P$  = Presupuesto asignado para la actividad (\$).

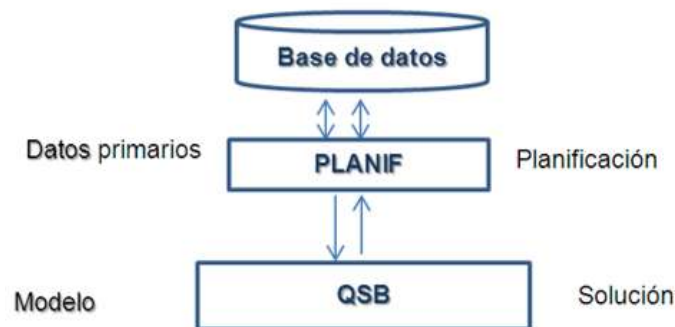
Los resultados obtenidos permitieron identificar el rodal al que se le debe aplicar el raleo. Una vez localizado, se aplicará el raleo de tipo I, II ó III según la edad de la plantación. Cuando se obtiene el orden, éste incluye rodales de diferentes edades que necesitan diferentes tipos de tratamiento. Entonces, se dividen los rodales en tres grupos de acuerdo al tratamiento que necesite (raleo I, II ó III). En cada grupo por separado se organizan según el orden general y se obtiene finalmente el orden del tratamiento de acuerdo a la densidad mayor y al tipo del tratamiento.

#### **Función objetivo.**

$$Max \quad Z = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^5 \&_{i,j} * X_{i,j}$$

donde:

$\&$  = Densidad de cada rodal multiplicado por 100.



**Fig.** Esquema de funcionamiento de la solución computacional.  
**Fuente:** Elaboración propia.

El primer problema se resuelve empleando el software WinQSB, para solucionar modelos matemáticos. El segundo mediante una base de datos Microsoft Access. Para transferir los flujos de información fue diseñada la aplicación PLANIF, utilizando como plataforma de trabajo el lenguaje de propósito general Microsoft Visual Basic, en su versión 6.

La aplicación PLANIF funciona como una interfaz automática entre la base de datos y el programa WinQSB, es capaz de recuperar los datos almacenados en la base sobre las áreas forestales, los recursos disponibles, planes económicos y parámetros necesarios; los edita y permite modificarlos, adicionar datos nuevos o eliminar los existentes; construye el modelo y almacena su información en un archivo con el formato del programa WinQSB, luego ejecuta el programa WinQSB desde el cual el fichero con el modelo es cargado.

Con el software WinQSB se resuelve el modelo y se almacena la solución en otro archivo. PLANIF interpreta la solución leyendo el archivo y según la variable que resultó unitaria actualiza el orden del rodal correspondiente a ella. A continuación, vuelve a construir el modelo, pero excluyendo la variable que resultó unitaria; genera un archivo de salida que es cargado desde el software WinQSB. Es resuelto y almacenada la solución que de nuevo es interpretada por PLANIF. (Ver Tabla)

Resultados obtenidos después de solucionar el modelo

**Tabla •** Datos de los primeros 20 rodales ordenados.

<b>N I</b>	<b>N r</b>	<b>Presp (\$)</b>	<b>Comb (I)</b>	<b>Dens (%)</b>	<b>O.T</b>	<b>T.R</b>	<b>O.T.R</b>
1	8	872.84	28.39	1	1	I	1
1	9	1160.31	156.85	0.9	2	III	1
1	14	659.60	177.36	0.9	3	I	2
1	17	1169.07	267.96	0.9	4	I	3
3	12	1288.73	152.0	0.9	5	I	4
3	14	1046.35	132.29	0.9	6	I	5
3	15	1275.34	264.0	0.9	7	I	6
2	7	969.92	103.57	0.9	8	I	7
2	11	1087.78	320.57	0.9	9	II	1
4	17	1328.55	193.14	0.9	10	I	8
4	20	1619.515	560.85	0.9	11	I	9
5	11	1497.20	445.05	0.9	12	II	2
5	17	1290.11	201.08	0.9	13	II	3
1	11	475.23	42.85	0.8	14	II	4
1	16	1370.11	286.68	0.8	15	II	5
1	18	1398.60	292.74	0.8	16	III	2
3	5	1143.77	222.0	0.8	17	I	10
3	19	918.817	297.0	0.8	18	I	11
2	5	825.45	19.07	0.8	19	I	12
2	8	1927.13	345.71	0.8	20	I	13

**Fuente:** Elaboración propia.

NI-(Número del lote); Nr-(Número del rodal); Presp- Presupuesto); Comb- (Combustible); Dens.-( Densidad); OT- (Orden del tratamiento); TR-(Tipo de raleo) ; OTR- (Orden del tipo de raleo)

El modelo matemático de Programación Lineal obtenido, permite optimizar la silvicultura en pinares teniendo en cuenta el presupuesto, el combustible y la densidad de cada rodal, coincidiendo con los modelos construidos por Bergés *et al.*, (2000); los modelos establecidos por Chikumbo (2011) así como el modelo construido por Karlsson (2013).

Resulta frecuente que durante el período de trabajo en las áreas planificadas para el corte cambien las disponibilidades de combustible y posiblemente el presupuesto disponible. En tal caso, el modelo permite ajustar el aparato matemático a la nueva situación simplemente cambiando los términos independientes en las inecuaciones del sistema de restricciones. La posibilidad de los cambios hace pensar que una manera efectiva de planificar la actividad sería calculando el orden previamente y hacer las correcciones en la medida que estos ocurren.

Las áreas que se van a planificar tienen que pasar previamente por un filtro que excluya aquellas cuya densidad es menor que 0.7 según la norma ramal 595 (1982) y cuyas edades son menores que cinco años y mayores que 30 años, estas áreas nunca serían analizadas mediante el modelo.

## CONCLUSIONES

La programación lineal resulta una herramienta útil para la optimización de los raleos, entregando soluciones eficientes tanto desde el punto de vista económico como medio ambiental.

La solución computacional construye el modelo, interpreta los resultados y actualiza los datos en una base computarizada.

El modelo matemático obtenido, ofrece de forma ordenada el rodal que debe recibir tratamiento silvicultural, muestra el tipo de raleo y el orden del mismo optimizando la actividad.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABELLANAS, M.; ABELLANAS, B; GARCÍA, O y VILAS, C. *Vorest: Un modelo informático simula el crecimiento de un bosque. Departamento de Matemática Aplicada de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid, y el Departamento de Ingeniería Forestal de la Universidad de Córdoba. 2009.* Disponible en: <http://supertoolbar.ask.com>
- BARRERO, H.. *Modelo integral de crecimiento, perfil del fuste, grosor de corteza y densidad de la madera para Pinus caribaea Morelet var. caribaea Barret y Golfari. Estudio de caso EFI Macurije. Pinar del Río.* Tesis doctoral inédita en Ciencias Forestales. UPR, 2010
- BLANCO, J.A. *Modelización forestal: herramienta importante para pronosticar el desarrollo de los ecosistemas forestales.* 5º Simposio Internacional sobre el Manejo Sostenible de los Recursos Forestales (SIMFOR). Universidad de Pinar del Río, Cuba, 2008.
- BRAVO, J; W. TOIRAC; V. M. FUENTES. *Modelación del crecimiento del diámetro medio de Pinus cubensis Griseb en la Empresa Forestal Integral Baracoa (Parte II).* *Revista Forestal Baracoa*, 2011, **30**(2), 19-23.

- BRAVO, J; J. T. SUÁREZ; J. M. MONTALVO; Modelación matemática por hectárea de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma. *Revista Forestal Baracoa*, 2012, **31**(1), 3-7.
- Karlsson, L. *Silvicultural regimes and early biomass thinning in young, dense pine stands*. Doctoral Thesis Swedish University of Agricultural Sciences Umeå, 2013.
- CRECHI, E; FASSOLA, H.; FERRERE, P. *Proyecto Cooperativo Simuladores de Crecimiento*. *Pinus taeda*. Manual de descripción técnica, 1999.
- CRECHI, E. et al. *Efectos de la intensidad y oportunidad de raleo en Pinus taeda L. Sobre el crecimiento y la producción hasta los 11 años de edad en el Departamento Iguazú*, Provincia de Misiones, Argentina, 2000.
- CHIKUMBO, O Y NICHOLAS I. Efficient thinning regimes for *Eucalyptus fastigata*: Multi-objective stand-level optimisation using the island model genetic algorithm Ensis, Department of Forests, Scion, 49 Sala St, Private Bag 3020, Rotorua 3046, New Zealand. *Ecological Modelling*, 2011, **222**(2011), 16831695. Elsevier.
- DYKSTRA, D; A. ELÍAS. El EIR se convierte en una realidad en Brasil. *Revista Actualidad Forestal tropical*, 2003, **11**(4), 3-5.
- FAO. *Situación de los bosques del mundo*. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. Roma, 2011.
- GARCÍA, I. *Bases para el control y planificación del Pinus caribaea Morelet var caribaea Barret y Golfari en la provincia de Pinar del Río*. Tesis de Maestría en Ciencias Forestales, mención Manejo de Bosques. UPR, 2004.
- GRA, A. et al. *Tablas de Volumen y surtido y densidad del Pinus caribaea en plantaciones puras para Cuba*. Informe etapa 509-09.24. 1990.
- LEÓN, M. A. et al. Evolución de un modelo de programación por metas en el contexto forestal cubano. *Revista investigación operacional*, 2014, **2**(2), 130-39.
- Norma Ramal 595/1982. *Tratamientos Silviculturales*. DNMCC. Dirección denormalización, meteorología y C de la Calidad. Ministerio de la Agricultura., 1982.
- PAPE, R. Influence of thinning and tree diameter class on the development of basic density and annual ring width in *Picea abies*, Scand. *J. For. Res.* 1999, 14.
- PFISTER, O. *Influence of spacing and thinning on tree and wood characteristics in planted Norway spruce in southern Sweden*. Doctoral thesis No. 2009:61. Faculty of Forest Science, Swedish University of Agricultural Sciences, Alnarp, 2009.
- PRODAN, M. et al. *Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*. Proyecto IICA/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible. San José, Costa Rica, 1997
- RÖNNQVIST, M. «*Optimization in Forestry*». Math. Program. 97, 2003.
- SANQUETTA, C. R. Et al. Ecuaciones de biomasa aérea y subterránea en plantaciones de *Pinus taeda* en el sur del Estado de Paraná Brasil, 2001.

---

**Recibido:** 14 de julio de 2015.

**Aceptado:** 13 de noviembre de 2015.

Bertha Rita Castillo Edua. Máster en Ciencias Forestales. Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de Pinar del Río «Hermanos Saíz Montes de Oca». Calle Martí #270 final. Pinar del Río, Correo electrónico: daycris@af.upr.edu.cu

---